ГБПОУ Дзержинский педагогический колледж

**Практические занятия учебной дисциплины**

**ЕН.02 Дискретная математика с элементами математической логики**

**математического и общего естественнонаучного цикла**

**программы подготовки специалистов среднего звена**

**по специальности 09.02.07. Информационные системы и**

**программирование**

**Оглавление**

|  |  |
| --- | --- |
| **Тема 1. Множества** |  |
| Практическое занятие "Задание множеств разными способами. Отношения между множествами" (2 часа) |  |
| Практическое занятие "Операции над множествами. Свойства операций" (4 часа) |  |
| **Тема 2. Математическая логика** |  |
| 1. Практическое занятие "Составление таблиц истинности сложных высказываний (2 часа) |  |
| 2. Практическое занятие "Минимизация алгебраических преобразований. Представление булевых функций разными способами. СКНФ. СДНФ" (2 часа) |  |
| **Тема 4. Элементы теории и практики кодирования.** |  |
| Практическое занятие "Кодирование информации как средство обеспечения контроля работы автомата" (2 часа) |  |

**Тема 1. Множества**

**Цель:**

Формирование умений по:

* Заданию множеств разными способами
* Исследованию отношений между множествами;
* Решению задач на различные операции над множествами;
* Решению задач на различные операции над отображениями;
* Исследованию бинарных отношений.

**Предварительная работа:**

Изучение теоретического материала по темам:

* Понятия множества и элемента множества. Способы задания множеств.;
* Операции над множествами;
* Прямое произведение множеств;
* Операции нал отображениями;
* Отношения. Бинарные отношения, их свойства;
* Отношение эквивалентности и порядка.

**Итог:** Выполненные практические задания по теме «Множества»

**Практическое занятие "Задание множеств разными способами. Отношения между множествами"**

1. Назовите известные вам названия множеств военнослужащих

2. Какие названия применяют для обозначения множеств кораблей

3.Как называется множество точек земной поверхности, равноудаленных от обоих полюсов

4.Как называется множество царей (фараонов, императоров) данной страны, принадлежащих одному семейству

5. Как называются линии на географических картах, изображающие множество точек земной поверхности, имеющих:

а) одинаковую долготу,

б) одинаковую высоту над уровнем моря

6. Как называются линии на географических картах, изображающие множество точек земной поверхности, имеющих:

а) одинаковую широту,

б) одинаковую среднюю годовую температуру.

7. Назовите 3 элемента, принадлежащих множеству:  
а) полных десятков,  
б) простых чисел,  
принадлежащих промежутку [81,99];  
в) простых чисел вида 8n+1.

8. Назовите 3 элемента, принадлежащих множеству:

а) квадратов натуральных чисел;  
б) чисел, кратных 3 и не делящихся на 5;  
в) простых чисел вида 2n +1.

9. Пусть А - множество всех существ, умеющих летать, В - множество всех насекомых, С - множество всех птиц:  
а) назовите 2 элемента множества В, не являющихся элементами множества А,

б) существуют ли элементы, принадлежащие всем трем множествам?

10. Пусть А - множество всех существ, умеющих летать, В - множество всех насекомых, С -множество всех птиц:  
а) назовите 2 элемента множества С, не являющихся элементами множества А,

б) существуют ли элементы, принадлежащие всем трем множествам?

11. Пусть А - множество делителей числа 60. Верна ли запись?  
а)7 А;  
б)10А;  
в)20А.

Составьте список элементов  
множества А.

12. Пусть А - множество корней  
квадратного уравнения х2 - 7х+12=0.  
Верна ли запись?

а)3А;

б)-5А;

в)10А;

г)4А .

Составьте список элементов  
множества А.

13.Укажите среди следующих множеств пустое:

а) множество параллелограммов с неравными смежными сторонами;

б) множество целых корней уравнения ( х-1)3 -1= 0;

в) множество действительных корней уравнения 2х2 +1 =0;

г) множество горных вершин высотой более 8000 м ;  
е) множество положительных корней уравнения

х3+6х2+11х+6 = 0.

14. Даны множества А={ | n**N**} и В ={n3-2 |n**N**}.  
Укажите а) по 3 элемента каждого из этих множеств;

б) множества, которым принадлежит число 3; 4; 5; 13; 25;  
в)множества, которым не принадлежат данные числа 3; 4; 5;  
13; 25.

15.В данном множестве все элементы, кроме одного, обладают  
некоторым свойством. Опишите это свойство и найдите элемент, не  
обладающий им:

а) { треугольник, квадрат, трапеция, круг, правильный шестиугольник};  
б) { лев, лисица, гиена, слон, рысь}

в) { бежать, смотреть, синий, знать, писать}  
г){2,6;15;84; 156}

д) {Москва, Санкт- Петербург; Одесса, Гомель; Лондон}

16.Исследуйте, принадлежат ли числа  множеству А ={|n**N** }.

17. Определите, по какому закону составлено бесконечное множество:  
а){…...}

б) {……}

в){2; 12; 36; 80; 190;……}.

18. Принадлежат ли числа  и  множеству: А={ |n**N**}.

19. Задайте характеристическим свойствам множество всех:  
а) квадратов;  
б) прямоугольников;  
в) равнобедренных треугольников;

г) параллелограммов.

20. Постройте множество точек М( х;у) плоскости для которых:

у ≥ Зх-2;

х2 -5х + 6 > 0;

у| > |х+1|;

х2 + у2+6х - 4у + 15 < 0.

21. Задайте перечислением элементов множество, заданное  
характеристическим свойствам:

а)А={х|-11<х≤-3,х**N**}  
б)А={х|х2-8х +15=0}

в)А{х|-1<х≤7,3 х**N**}  
г) А={х| х2 - 5х +6 =0 }

22. Исследуйте принадлежит ли число  данному множеству

А={|n**N**}

В={|n**N** }

23. Задайте множество А перечислением его элементов.

Пятеро друзей - Иван, Андрей, Виктор, Ольга и Мария решили сфотографироваться. Они хотят стать в ряд таким образом, чтобы юноши и девушки чередовались. Перечислите все возможности.

24. Доказать тождество:  Составить двойственное и тоже доказать.

25. Доказать тождество: 

**Практическое занятие "Операции над множествами. Свойства операций"**

1. Даны множества : Построить множество ((АΔВ)∪(В\С)) . Найти количество подмножеств построенного множества. Показать соответствующую диаграмму Эйлера – Венна.

2. Доказать с помощью диаграмм Эйлера – Венна справедливость закона поглощения.

3.Доказать тождества с помощью диаграмм и путем преобразований: 

4.Найдите АВ если:  
а) А-[0,4]; В= [1,5];

б) А- множество четных натуральных чисел, В- множество целых чисел, делящихся на 3;

в) А - множество корней уравнения х2 - 4х + 3 = 0 ;В множество корней уравнения х2 - Зх + 2 = 0;

г) А = { х | х =2m + 1, m**Z**),B ={х|х = 3n +2 , n**Z**}

5. Найдите НОД и НОК чисел:

а) 54 и 72;

б) 18 и 84;

6. Найдите А В если:  
а) А=[2;6], В = [4;9];

б) А множество целых чисел вида 4k+1,В - множество целых чисел вида 4k +3;

в) А - множество чисел неравенства х2 - 4х + 3 > 0, В - множество чисел неравенства х2 - Зх + 2 ≤ 0.

7. Найдите АВ, если:

А=(0;3); В=[1;7].  
а)(0;7];в) {1;2};  
б)[1;3); г)[1;3].

8. Найдите АВ, если:

А=(-4;4);В=[0;5].

а){0;1;2;3};в)[0;4];  
б)(-4;5] ; г) [0;4].

9. Найдите АВ, если:

А={},В = {}.

а){},

в) {},

б) {},

г){}.

10. Найдите АВ, если:

А={-3;-1;1;3},  
В={-3;-2;-1}.  
а){-2}, в){-3;-1},

б){1;3}, г){-3;-2;-1;1;3}.

11.Найдите множество корней уравнения (х2- 4)(х2- 9) = 0

12. Найдите множество корней уравнения (х2-1)(х2 + 4) = 0

13. Найдите множество В\А: А=[0;5]; В = [3;8].

14. Найдите множество В\А: А=[4;8]; В = [5;10].

15. Найдите пересечение множества натуральных чисел, делящихся на 4 и множества натуральных чисел, делящихся на 6.

16. Найдите объединение множества четных чисел и множества нечетных чисел.

17. Найдите множество решений системы уравнений:

{х2+ у2 =25,

х + у = 7.

18. Найдите множество решений системы уравнений:

{х2+ у2 =169

х- у= 119.

22. Чему равно:

а) объединение множеств остроугольных, прямоугольных и  
тупоугольных треугольников;

б) объединение множеств положительных чисел, отрицательных  
чисел и нуля;

в) пересечение множеств натуральных чисел, делящихся на 3,

делящихся на 6 и делящихся на 4;

г) пересечение множеств всех прямоугольников, ромбов и  
квадратов;

д) переселение множеств всех насекомых, птиц, и живых существ,  
умеющих летать.

19. Пусть А - множество учащихся данного класса, изучающих  
английский язык,

В - множество учащихся, изучающих немецкий язык.

С - множество учащихся, изучающих французский язык.

Охарактеризуйте множество:

а) (АВ) С;

б) А (ВС);

в) (АВ) (ВС).

20. Пусть А = [1;6]; В= [2;7]; С= [-1;3], D= [ 2;5].  
Найдите множество:

а) АВСD;

б) АВСD;

в) (АВ)  (СD);

г) (АB)  (CD);

д) ((АB) C) D;

е) ((ВD) А)\С;

ж) (B\А)  (D\C) .

21. Покажите с помощью диаграмм Эйлера- Венна, что:

а) (АB)\(АС) = А\(ВС);

б) (АВ)\(АС) = (АВ)\С;

в) (A\С) (A\B) = А\В\С.

22. Докажите:

а) (А (BС))  (ВС) = А(BC);

б) (AC)  (BD)(АB)  (CD);

в) АВС (А\В)  (В\С)  (С\А).

**Тема 2. Математическая логика**

**Цель:**

Формирование умений по:

* Решению задач с применением операций над высказываниями;
* Составлению таблиц истинности сложных высказываний;
* Применению формул алгебры логики;
* Представлению булевых функций разными способами, СКНФ, СДНФ.

**Предварительная работа:**

Изучение теоретического материала по темам:

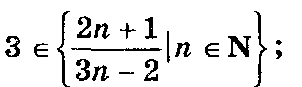
* Формы мышления;
* Логические операции и выражения Законы алгебры логики;
* Таблицы истинности;
* Булевы функции, СКНФ, СДНФ;
* Сумма по модулю два, полином Жегалкина;
* Основные классы функций;
* Полнота множества функций. Теорема Поста.

**Итог:** Выполненные практические задания по теме «Математическая логика»

**Практическое занятие "Составление таблиц истинности сложных высказываний"**

1.Установите, истинно или ложно высказывание:

а)

б)

2.Среди следующих высказываний указать элементарные (простые) и составные (сложные). В составных высказываниях выделить грамматические связки:

число 27 не делится на 3;

число 15 делится на 5 и на 3;

если число 126 делится на 9, то оно делится на 3;

число 7 является делителем числа 42;

число 1269 делится на 9 тогда и только тг когда 18 делится на 9.

3. Обозначьте элементарные высказывания буквами и запишите следующие высказывания с помощью символов алгебры логики:

45 кратно 3 и 42 кратно 3;

45 кратно 3 и 12 не кратно 3;

3)  или 

2<5;

если число 212 делится на 3 и 4, то оно делится на 12;

число 212 - трехзначное и кратно 3 или 4.

4. Какие из следующих импликаций истинны:

если 2х2=4, то 2<3;

если 2х2=4, то 2>3;

если 2х2=5, то 2<3;

если 2х2=5, то 2>3?

5. Придумать предложение по следующим сложным высказываниям

**Практические задания по теме «Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований»**

Построить таблицу истинности для следующего высказывания:



2) Доказать с помощью таблицы истинности:

=

=

Доказать с помощью таблицы истинности:

x & (y z) = (x & y) (x & z)

(x y) & z = (x & z) (y & z)

x (y & z) = (x y) & (x z)

(x & y) z = (x z) & (y z)

x & (y z) = (x & y) (x & z)

(x y) & z = (x & z) (y & z)

Построить таблицу истинности для следующего высказывания:

**:**

Построить таблицу истинности для следующего высказывания:

**:**

Построить таблицу истинности для следующего высказывания:

****

Найдите логические значения *х* и *у,* при которых выполняются равенства:



8) Известно, что импликация х→*у* истинна, а эквивалентность *х*↔ *у* ложна. Что можно сказать о значении импликации *у*→ *х* ?

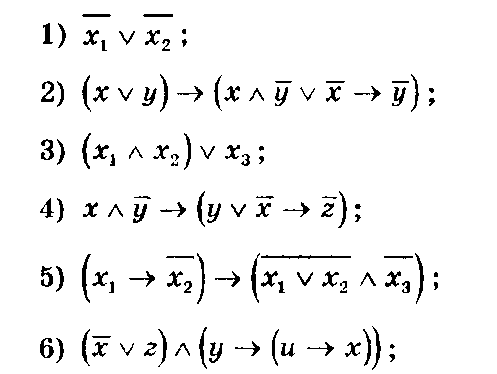
9) Известно, что эквивалентность *х*↔*у* истинна. Что можно сказать о значении  и ?

10) Известно, что *х* имеет значение 1. Что можно сказать о значениях импликации 

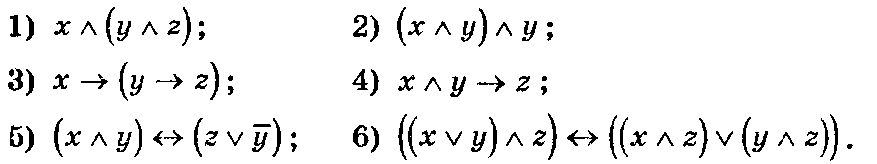
11) Известно, что *х*→*у* имеет значение 1. Что можно сказать о значениях 

12) Пусть х = 0, у = 1, z = 1

Определить логические значения нижеследующих сложных высказываний:



13)Составить таблицы истинности для формул:



**Практическое занятие "Минимизация алгебраических преобразований. Составление булевых функций разными способами. СКНФ. СДНФ"**

1) Представить логическими формулами следующие высказывания:

а) «Сегодня суббота или воскресенье».

б) «Идет снег или дождь».

в) «Если идет дождь, то крыши мокрые».

г) «Что в лоб, что по лбу».

д) «В квартире грязно и холодно».

е) «Если допоздна работаешь с компьютером и при этом пьешь много  
кофе, то утром просыпаешься в дурном настроении или с головной болью».

2) Пусть даны высказывания:

A— «число 9 делится на 3», B— «число 10 делится на 3».

Требуется определить значения истинности следующих высказываний:

B →A;

- AV B;

- B→ A.

**3))** Из двух простых высказываний постройте сложное высказывание, используя логические связки «И», «ИЛИ»: Например:

Все ученики изучают математику.  
Все ученики изучают литературу.→Все ученики изучают математику и литературу.

Марина старше Светы. Оля старше Светы.

Одна половина класса изучает английский язык. Вторая половина класса изучает немецкий язык.

В кабинете есть учебники. В кабинете есть справочники.

Слова в этом предложении начинаются на букву Ч. Слова в этом предложении начинаются на букву А.

Часть туристов любит чай. Остальные туристы любят молоко.

Синий кубик меньше красного. Синий кубик меньше зеленого.

Х = 3, Х>2.

Определите значение истинности следующих высказываний:

Приставка есть часть слова, и она пишется раздельно со словом.

Суффикс есть часть слова, и он стоит после корня.

Родственные слова имеют общую часть, и они сходны по смыслу.

Рыбу ловят сачком или ловят крючком, или мухой приманивают, иль червячком.

Буква «а» — первая буква в слове «аист» или «сова».

Две прямые на плоскости параллельны или пересекаются.

Данное число четно или число, больше его на единицу, четно.

Луна — планета или 2 + 3 = 5.

Используя логические операции, запишите высказывания, которые являются истинными при выполнении следующих условий:

неверно, что 0 <X< 3 и Y>5;

X является max(X,Y);

X не является min(X,Y);

Z является min(X,Y,Z).

Используя логические операции, запишите высказывания, которые являются истинными при выполнении следующих условий:

Y не является max(X,Y,Z) и не является min(X,Y,Z);

X,Y,Z равны между собой;

каждое из чисел X,Y,Z положительно;

каждое из чисел X,Y,Z отрицательно.

Используя логические операции, запишите высказывания, которые являются истинными при выполнении следующих условий:

хотя бы одно из чисел X,Y,Z положительно;

хотя бы одно из чисел X,Y,Z отрицательно;

хотя бы одно из чисел X,Y,Z не является положительным;

только одно из чисел X,Y,Z является отрицательным.

Используя логические операции, запишите высказывания, которые являются истинными при выполнении следующих условий:

только одно из чисел X,Y,Z больше 10;

только одно из чисел X,Y,Z не больше 10;

ни одно из чисел X,Y,Z не равно 104;

каждое из чисел X,Y,Z равно 0.

Записать логические выражения (формулы), истинные при соблюдении следующих условий:

точка с координатами X, Y принадлежит первой четверти единичного круга с центром в начале координат;

точка с координатами X, Y не принадлежит единичному кругу с центром в начале координат и принадлежит кругу радиусом 2 и с центром в начале координат (изобразите это графически).

Сформулируйте высказывания на обычном языке для следующих логических выражений:

(X > 0 и X < 1) или (X < 10 и X > 5);

(X ≠ Y) и (Y ≠Z);

не ((0 <X) и (X ≤ 5) и (Y < 10));

(0 <X) и (X ≤ 5) и (не (Y < 10)).

Сформулируйте высказывания на обычном языке для следующих логических выражений:

(X = 12) и (Y = 12) и (Z = 12);

(X < 0) и (Y > 0) или (Y < 0) и (X > 0);

(X х Y < 0) и (X х Z > 0);

(X х Y х Z < 0) и (X х Y > 0).

Определите значение логического выражения не (X>Z) и не (X = Y), если:

X = 3, Y = 5, Z = 2;

X = 0, Y = 1, Z = 19;

X = 5, Y = 0, Z = -8;

X = 9,Y= -9, Z = 9.

Определите значения логических переменных а, b, с, d, если:

а и (Марс — планета) — истинное высказывание;

b и (Марс — планета) — ложное высказывание;

с или (Солнце — спутник Земли) — истинное высказывание;

d или (Солнце — спутник Земли) — ложное высказывание.

Определите значения логических переменных а, b, с, d, если:

а или (1 литр молока дороже 1 кг сливочного масла) — истинно;

b и (1 литр молока дороже 1 кг сливочного масла) — ложно;

с или (масло дороже творога) — истинно;

d и (масло дороже творога) — ложно.

Пусть а = « эта ночь звездная», a b = «эта ночь холодная». Выразите следующие формулы на обычном языке:

а и b;

не а или b;

а и не b;

не а и не b;

не а и не b.

Используя связку «ЕСЛИ..., ТО...», измените высказывания. Например: Человек, любящий животных, — добрый. ->Если человек любит животных, то он — добрый.

Кончил дело — гуляй смело.

Знакомая дорога — самая короткая.

Тише едешь — дальше будешь.

Переходи улицу только на зеленый свет.

При встрече люди приветствуют друг друга.

В високосном году 366 дней.

Когда темнеет, зажигают фонари.

По стройке необходимо ходить в каске.

Могут ли быть истинными следующие высказывания?

Если солнце ярко светит, то на речку ты пойдешь.

Если утром тучи в небе, то к обеду будет дождь.

Если Костя — брат некто, то некто — брат Кости.

Если конь находится на поле СЗ, то поле Е2 находится под боем.

Если X — сын или дочь Y, то Y — мать или отец X.

Если он — ученый, то его сын — хороший ученик.

Если асфальт мокрый, то идет дождь.

Людоед голоден тогда и только тогда, когда он давно не ел.

Запишите в виде логической формулы следующие высказывания:

Если Иванов здоров и богат, то он здоров.

Число является простым, если оно делится только на единицу и само на себя.

Если число делится на 4, оно делится на 2.

Произвольно взятое число либо делится на 2, либо делится наЗ.

**Практические задания по теме «Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований»**

1) Построить таблицу истинности для следующего высказывания:



2) Доказать с помощью таблицы истинности:

=

=

Доказать с помощью таблицы истинности:

x & (y z) = (x & y) (x & z)

(x y) & z = (x & z) (y & z)

x (y & z) = (x y) & (x z)

(x & y) z = (x z) & (y z)

x & (y z) = (x & y) (x & z)

(x y) & z = (x & z) (y & z)

Построить таблицу истинности для следующего высказывания:

**:**

Построить таблицу истинности для следующего высказывания:

**:**

Построить таблицу истинности для следующего высказывания:

****

Найдите логические значения *х* и *у,* при которых выполняются равенства:



8) Известно, что импликация х→*у* истинна, а эквивалентность *х*↔ *у* ложна. Что можно сказать о значении импликации *у*→ *х* ?

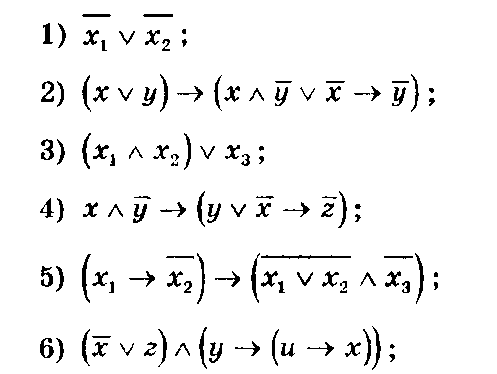
9) Известно, что эквивалентность *х*↔*у* истинна. Что можно сказать о значении  и ?

10) Известно, что *х* имеет значение 1. Что можно сказать о значениях импликации 

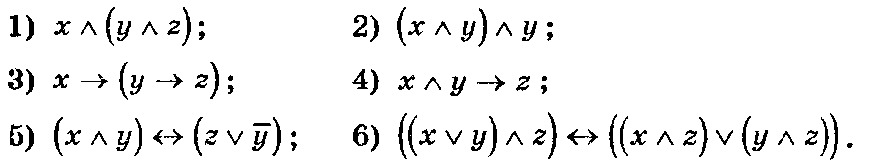
11) Известно, что *х*→*у* имеет значение 1. Что можно сказать о значениях 

12) Пусть х = 0, у = 1, z = 1

Определить логические значения нижеследующих сложных высказываний:



13)Составить таблицы истинности для формул:



**Тема 4. Элементы теории и практики кодирования**

**Цель:**

Формирование умений по:

* Решению задач с применением операций в алгебре вычетов;
* Применение простейших криптографических шифров для шифрования текстов.

**Предварительная работа:**

Изучение теоретического материала по темам:

* Теория кодирования. Основные понятия теории кодирования. Защита информации;
* Кодирование информации как средство обеспечения контроля работы автомата;
* Основы алгебры вычетов и их применение к простейшим криптографическим шифрам.

**Итог:** Выполненные практические задания по теме «Элементы теории и практики кодирования»

**Практическое занятие "Кодирование информации как средство контроля работы автомата"**

1. Которые из документов являются алгоритмами?

а) Правило правописания приставок, оканчивающихся на з,с(да)

б) Программа телепередач

в) Кулинарный рецепт приготовления блюда

г) Инструкция по сборке проданного в разобранном виде шкафа

2.В каких случаях правильно заканчивается предложение: Алгоритм – это

а) конечная последовательность действий, приводящая к искомому результату при любых допустимых исходных данных

б) указание на выполнение действий

в) конечный набор понятных некоторому исполнителю команд, выполнение которых приводит к однозначному решению поставленной задачи

г) программа в машинных кодах

3. Расчлененность алгоритма на отдельные элементарные действия – это

а) Дискретность

б) Определенность

в) Массовость

г) Детерминированность

4. Которые из документов являются алгоритмами?

А) Каталог книг в библиотеке

Б) Порядок набора международного телефонного номера

В) Рецепт приготовления клея

Г) Настенный календарь на текущий год

5. Записать алгоритм нахождения наибольшего общего делителя (НОД) двух натуральных чисел (алгоритм Эвклида). Определить с помощью этого алгоритма наибольший общий делитель чисел 125 и 75

6.Старик должен переправить на лодке через реку волка, козу и капусту. Лодка может выдержать только старика и одного “пассажира”. В каком порядке старик перевезет пассажиров? Не забудь, что волк может съесть козу, а коза – капусту. Найди 2 варианта решения.

7. Два мальчика и двое взрослых должны переправиться на другую сторону реки на плоту, который выдерживает либо двух мальчиков, либо одного мальчика и одного взрослого. Как осуществить переправу? Найди несколько способов решения этой задачи.

8.Злоумышленник поменял местами действия в алгоритме вычисления среднего арифметического из квадратного корня трёх чисел:

Присвоить а значение (а2+в2+с2) /3.

Вести а,в,с

Сообщить “Среднее арифметическое квадратов равно”

Сообщить а.

Восстановите правильный порядок действий.

9. Исправьте следующий алгоритм решения уравнения (х-2) (х+2) =0:

Присвоить х значение +-2.

Сообщить “Корни уравнения равны”.

Сообщить первое значение х.

Сообщить второе значение х.

10.Автомобиль проехал три участка пути разной длины с разными скоростями. Составьте алгоритм нахождения средней скорости автомобиля.

11. Проснувшись утром, школьник почувствовал недомогание. Находившийся рядом злоумышленник тут же составил для него следующий алгоритм:

Измерить температуру.

Если температура выше 370, то:

Вызвать врача.

Пойти в школу.

Несмотря на недомогание, школьник исправил этот алгоритм, добавив всего две строки. Какие строки добавил школьник?

12. Запишите в виде алгоритмов правила определения знака:

А) произведения двух действительных чисел;

Б) суммы двух действительных чисел.

13. В записи алгоритма вычисления значения выражения (х2- 5х+5) / (х6- 4х2+3)

Злоумышленник одно действие поставил не на свое место. Вот как стал выглядеть алгоритм:

ввести х

если х6- 4х2 + 3=0, то:

сообщить “При таком х значение выражения не определено”.

иначе:

присвоить у значение (х2- 5х +5) /(х6- 4х2+3) .

конец ветвления.

сообщить у.

Верните действие на свое место.

**Практические задания по теме «Конечные автоматы»**

1. Построить автомат делимости на 5.

2. Построить автомат делимости на 2.

3.Построить автомат делимости на 3.

4. Построить автомат делимости на 4.

5.Построить конечный делимости на 6.

6.Построить автомат делимости на 7.

7.Построить конечный автомат вхождения подслова abbc в слово.

8.Построить Конечный автомат делимости на 9

9.Построить конечный автомат вхождения подслова abcabcccab в слово.